

Тема: Елементи математичної статистики

Мета:

- *Навчальна:* закріпити та поглибити отримані раніше знання про основні елементи математичної статистики (*вибірка, варіаційний ряд, об'єм вибірки, варіанта, генеральна сукупність, характеристики варіаційних рядів (середнє значення вибірки, медіана вибірки, мода вибірки, розмах вибірки), статистична таблиця, репрезентативна вибірки, статистична та математична ймовірності, способи подання даних (стовпчаста діаграма, полігон частот, секторна діаграма)*)
- *Розвиваюча:* розвивати вміння розв'язувати математичні задачі, правильно користуватися термінологією;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

Учні вже вивчали початкові відомості про статистику, способи подання даних та їх обробку. А саме, що таке статистика, статистичне спостереження, вибірка, генеральна сукупність, обсяг генеральної сукупності та обсяг вибірки, чисельні характеристики вибірки (середнє значення, мода і медіана вибірки), способи подання даних (діаграма (стовпчаста та гістограма), кругова діаграма). Тому можна провести бесіду в ході якої з'ясувати, що учні пам'ятають краще і на що потрібно звернути особливу увагу.



III. Вивчення нового матеріалу

- **Означення статистики**

- Чи вигідно орендувати велике приміщення для концерту?
- Яким тиражем друкувати книгу?
- Чи однаковою є ймовірність народження хлопчика або дівчинки?
На ці і багато інших запитань дати відповідь нам допоможе статистика.

Математична статистика вивчає методи збирання, обробки та інтерпретації (інтерпретація – роз’яснення, тлумачення наукових і літературних текстів) різноманітних даних.

- Розглянемо на прикладі **основні елементи математичної статистики**

- **Вибірка**

№1

Опитавши 19 дітей, що прийшли на підготовку до ЗНО, скільки часу вони витратили на шлях до аудиторії, отримали наступні результати: 5, 15, 40, 70, 10, 30, 60, 15, 40, 90, 40, 30, 10, 40, 60, 30, 60, 30, і 15 хв

- Отримавши відповіді на запитання маємо ряд чисел, такий ряд чисел називається **вибіркою**
- Якщо ми впорядкуємо отриманий ряд чисел за зростанням – отримаємо **варіаційний ряд** (або ранжований ряд, відповідно операцію розташування випадкових величин називають ранжуванням)
- Кількість елементів, з яких складається вибірка називається **об’ємом вибірки**
- Кожен елемент вибірки називається її **варіантою**
- Чи завжди можна дослідити множину всіх об’єктів, що підлягають дослідженню?
(Учні висловлюють власну думку)

Генеральна сукупність – це сукупність усіх об’єктів, що підлягають дослідженню.

- Наведіть приклад генеральної сукупності та вибірки з неї
(Учні наводять власні приклади. Бувають випадки коли можна дослідити кожен елемент генеральної вибірки, наприклад, проведення зовнішнього незалежного



оцінювання з української мови (і математики, якщо на цей момент ЗНО з математики вже є обов'язковим))

• Характеристики варіаційних рядів

1. **Середнє значення вибірки \bar{x}** – це середнє арифметичне усіх її варіант:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Середнє значення для нашої вибірки:

$$\bar{x} = \frac{5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 30 + 4 \cdot 40 + 3 \cdot 60 + 70 + 90}{19} \approx 36,3$$

2. **Медіана вибірки Me**

{5, 10, 10, 15, 15, 15, 30, 30, 30, **30**, 40, 40, 40, 40, 60, 60, 60, 70, 90}

9 елементів

9 елементів

- Спробуйте самостійно сформулювати означення медіани вибірки.
(Серединне значення варіаційного ряду)

Медіана вибірки Me – це число, що ділить відповідний варіаційний ряд навпіл

- Як знайти медіану вибірки, якщо варіаційний ряд складається з парної кількості елементів?

{3, 15, 27, **42, 44**, 44, 87, 88}

В такому випадку, медіаною вибірки вважається середнє арифметичне двох чисел, що розташовані посередині цього варіаційного ряду:

$$Me = \frac{42 + 44}{2} = 43$$

- Як знайти медіану вибірки, якщо елементами варіаційного ряду є не числа і маємо парну кількість елементів ряду?

(В такому випадку медіаною вибірки називається будь-яке з двох елементів, що розташовані посередині. Наприклад, маємо ряд оцінок за шкалою ECTS: F, E, E, E, E, C, C, B, B, A, отже медіаною цієї вибірки є оцінки E і C)

3. **Мода вибірки Mo**

- Спробуйте самостійно сформулювати означення моди вибірки
(Варіанта вибірки з найбільшою частотою)

- Як можна зручніше подати інформацію варіаційного ряду?



(Можна скласти **статистичну таблицю** із відповідними варіантами варіаційного ряду та їх частотою у цьому ряді)

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

- Що є модою цього варіаційного ряду?

$$M_{O_1} = 30 \text{ хв}$$

$$M_{O_2} = 40 \text{ хв}$$

4. **Розмах вибірки R** – це різниця між найбільшим і найменшим значенням вибірки.

- Обчисліть розмах цієї вибірки

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

$$R = 90 - 5 = 85$$

- Досліджуючи популярність артиста – опитали всіх людей, що прийшли до нього на концерт. Чи будуть отримані висновки об'єктивними?

(Такі висновки не будуть об'єктивними, так як люди, що прийшли на концерт – прийшли на нього, бо їм подобається цей артист)

- Отже, нам потрібна **репрезентативна** вибірка, так як збирання даних має ґрунтуватися не тільки на масовості.

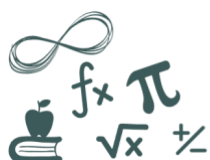
Вибірка називається **репрезентативною**, якщо в ній всі основні ознаки **генеральної сукупності** присутні в тій самій пропорції і з тією самою відносною частотою, з якою дана ознака виступає в заданій генеральній сукупності.

• Статистична та математична ймовірності

- Якою є математична ймовірність народження хлопчика?

$$P = \frac{1}{2} = 0,5$$

- Якщо поглянемо на таблицю народжуваності в Києві за 2005 рік, то можемо помітити, що статистична ймовірність відрізняється від математичної. Статистична ймовірність народжуваності хлопчиків трішки більша ніж дівчаток і мало відрізняється від відомого числа в



демографії (наука, що вивчає склад і рух населення та закономірності його розвитку) 0,518.

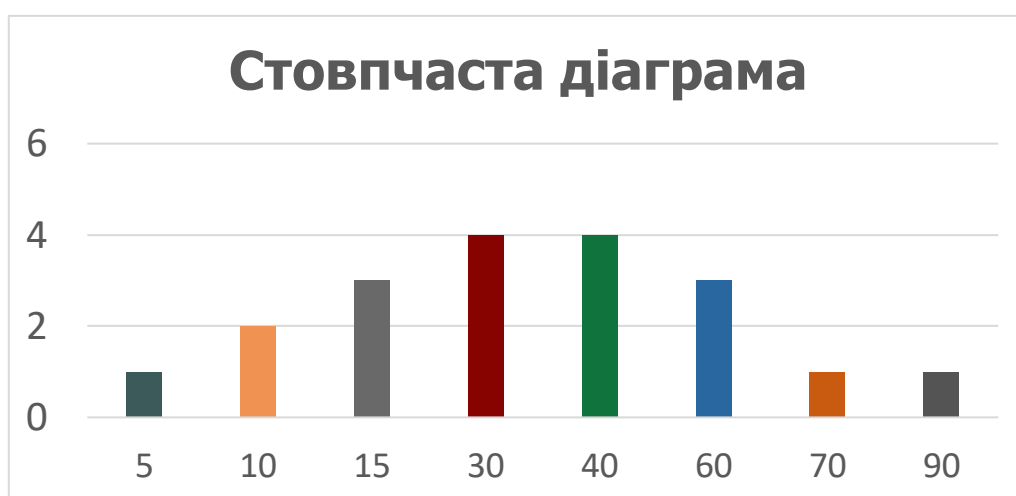
Місяць	Загальна кількість	Хлопчики	Частота народжуваності	Дівчатка	Частота народжуваності
1	1396	711	0,509312	685	0,490688
2	1254	659	0,525518	595	0,474482
3	1361	702	0,515797	659	0,484203
4	1301	664	0,510377	637	0,489623
5	1440	758	0,526389	682	0,473611
6	1462	762	0,5121204	700	0,478796
7	1587	811	0,511027	776	0,488973
8	1617	849	0,525046	768	0,474954
9	1321	699	0,529145	622	0,470855
10	1528	771	0,504581	757	0,495419
11	1465	748	0,51058	717	0,48942
12	1332	698	0,524024	634	0,475976
Усього	17064	8832	0,517581	8232	0,482419

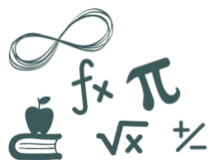
- **Способи подання даних**

➤ Для кращого сприйняття інформації про ту чи іншу вибірку – отримані дані можна подати графічно.

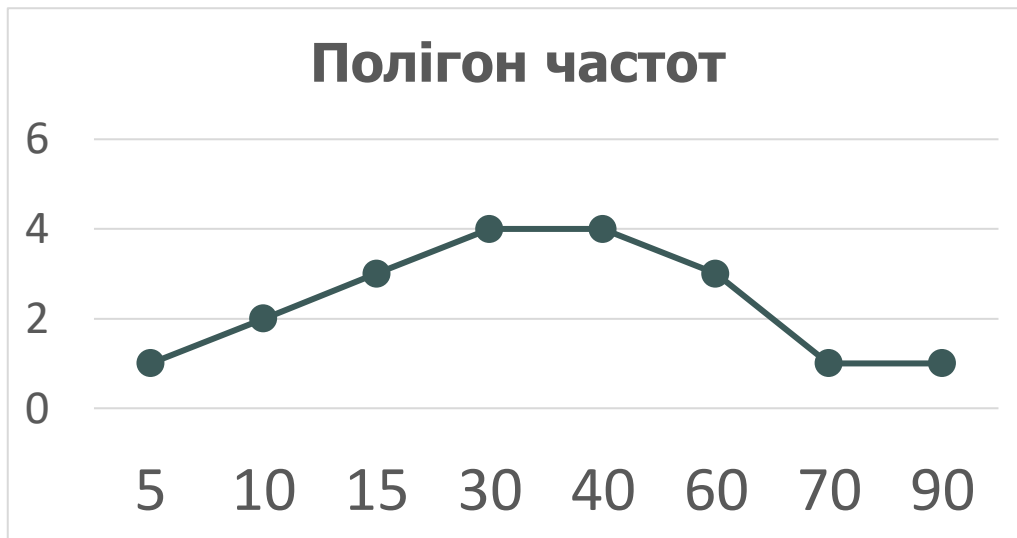
Розглянемо на прикладі нашої задачі найпоширеніші графічні способи подачі інформації:

1. Стовпчаста діаграма



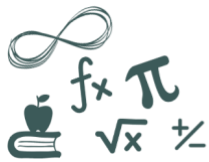


2. Полігон частот



3. Секторна діаграма





- Розв'язування задач

№1 (Середнє арифметичне і медіана)

Нехай заробітна плата в області знаходиться від 3 000 – 250 000 грн ($3k$; $3.2k$; $4k$; $7.5k$; $10k$; $3k$; $3.3k$; $250\,000k$; $4.5k$). Знайдіть середню заробітну плату.

Можемо знайти **середнє значення вибірки**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 32 000 грн:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3k + 3.2k + 4k + 7.5k + 10k + 3.3k + 250k + 4.5k}{9} \approx 32k$$

Можемо знайти **медіану варіаційного ряду**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 4 000 грн:

$$\{3k; 3k; 3.2k; 3.3k; \boxed{4k}; 4.5k; 7.5k; 10k; 250k; \}$$

- Що краще відображає середню заробітну плату пересічного жителя області – середнє значення чи медіана варіаційного ряду?

№2

На новорічні свята ви купили багато цукерок: 2 кг по 980 грн, 4 кг по 450 грн і 8 кг по 350 грн. За якою середньою ціною Ви купили всі цукерки?

Знайдемо середнє значення вибірки:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 980 + 4 \cdot 450 + 8 \cdot 350}{14} \approx 469 \text{ грн}$$

IV. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Результатом роботи комп'ютерної програми, що моделює статистичне дослідження, є деяке ціле число в діапазоні від -128 до 128 . Після п'яти послідовних запусків програма видала такі результати: $62, -15, 31, 103, -22$. Що в даному статистичному дослідженні є генеральною сукупністю? Що є вибіркою? Знайдіть розмах вибірки.

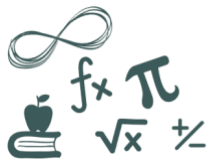
Розв'язок:

Генеральна сукупність:

Усі цілі числа від -128 до 128

Вибірка:

$$\{62, -15, 31, 103, -22\}$$



Розмах вибірки:

$$103 - (-22) = 125$$

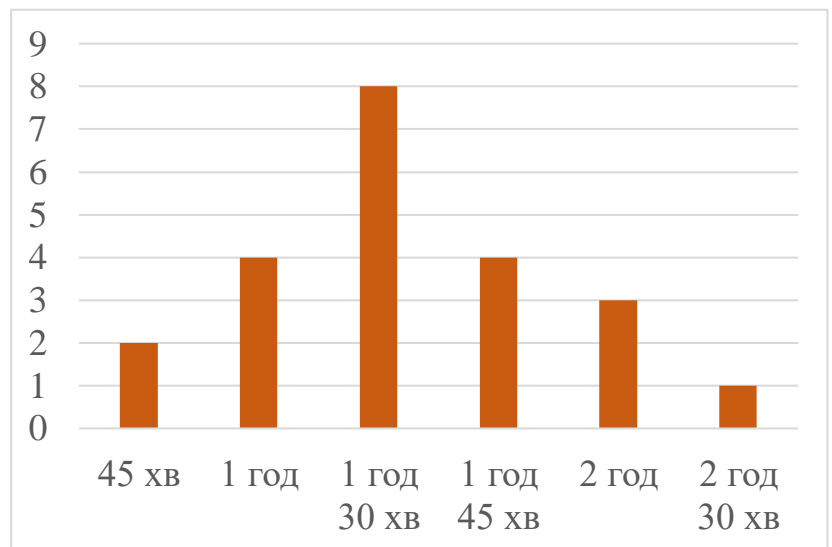
№2

На замовлення підприємств легкої промисловості проведено дослідження, результатами якого є розміри одягу в міжнародному форматі (символи: XS, S, M, L, XL, XXL, XXXL). Які статистичні показники (розмах, середнє значення, медіана, мода) можна визначити для зібраних даних?

Відповідь: медіану і моду;

№3

Серед учнів і учениць 10 класу провели опитування: скільки часу вони щодня перебувають на свіжому повітрі. Результати опитування подано у вигляді діаграми, зображеної на рисунку. Знайдіть розмах, середнє значення та моду даної вибірки.



Розв'язок:

Розмах:

$$R = 150 - 45 = 105$$

Середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 45 + 4 \cdot 60 + 8 \cdot 90 + 4 \cdot 105 + 3 \cdot 120 + 1 \cdot 150}{22} = \frac{1980}{22} = 90 \text{ хв}$$

Мода:

$$Mo = 1 \text{ год } 30 \text{ хв}$$



Визначте середнє значення та медіану вибірки 1, 4, 7, 3, 9, 6, 7, 2, 4, 9

Розв'язок:

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 2 \cdot 4 + 6 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

{1; 3; 4; 4; 6; 7; 7; 9; 9}

Me = 6

Відповідь: $\bar{x} = 5$; Me = 6

№5

У чемпіонаті України з футболу 2017-2018 рр. команда «Шахтар», що стала чемпіоном України, зіграла 32 матчі, у яких двічі забила 5 голів, 3 рази – 4 голи, 9 разів – 3 голи, 8 разів – 2 голи, 6 разів – один гол і в 4 матчах не забила жодного гола. Обчисліть середню кількість м'ячів, яку команда «Шахтар» забивала в одному матчі.

Розв'язок:

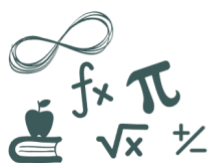
$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 0}{32} = \frac{71}{32} \approx 2,2$$

Відповідь: $\approx 2,2$ м'яча за гру

№6

Телефонна компанія хоче дізнатися про кількість телефонних дзвінків, які робить людина протягом доби. Дані щодо 100 людей подано на діаграмі. Обчисліть розмах, середнє значення, медіану та моду цієї вибірки.





Розв'язок:

$$R = 11 - 0 = 11$$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{14 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 15 \cdot 6 + 14 \cdot 7 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 11}{100} = \\ &= \frac{10 + 30 + 40 + 60 + 90 + 98 + 64 + 72 + 30 + 11}{100} = \frac{505}{100} = 5,05\end{aligned}$$

$$Mo = 6$$

$$Me = 5$$

Відповідь: $R = 11$; $Mo = 6$; $Me = 5$;

V. Підсумок уроку

- Що ми називаємо варіаційним рядом?
- Що ми називаємо об'ємом вибірки?
- Що ми називаємо середнім значенням вибірки?
- Що ми називаємо медіаною вибірки?
- Що ми називаємо модою вибірки?
- Поясніть, що називають розмахом вибірки?

VI. Домашнє завдання

Опрацювати §3, п.14 (ст.78-80) Виконати № 14.7; 14.10; 14.12; 14.14; 14.18	Мерзляк А.Г.
Опрацювати §15-16 Виконати № 15.5; 15.12; 16.6; 16.10; 16.16; 16.20; 16.38	Істер О.С.
Опрацювати §9 Виконати № 9.4; 9.8; 9.11; 9.15; 9.18; 9.26	Нелін Є.П.
Опрацювати §14 Виконати № 515; 520; 525; 530; 536	Бевз Г.П.